西安交通大学实验报告

成绩	

课　　程：医学信号处理　　第 1 页共 15 页

系　　别：生命学院　　实 验 日 期：2017 年 12 月 06 日

专业班级：医电 53　　组别：　　交 报告日 期：2017 年 12 月 13 日

姓　　名：李竞捷　　学号 2151500084　　报 告 退 发：　　（订正、重做）

同 组 者：　　教师审批签字：

实验名称：　随机信号功率谱的经典估计

一、 实验目的

1. 利用功率谱的经典法估计实现对随机信号的功率谱估。
2. 观察数据长度、窗函数、平均次数等对谱估计的分辨率、稳定性、主瓣宽度 和旁瓣效应的影响。
3. 学习使用 FFT 提高谱估计的运算速度。
4. 体会不同经典功率谱估计方法的优缺点。

二、 实验结果与分析

1. 已知随机信号 x(n)=A1*sin(2*pi*f1*n)+A2*cos(2*pi*f2*n)+A3*w(n)， n = 0,1,2,...,N-1 。其中，A1=1，A2=2，A3=1.5，N=1024，f1=0.2，f2=0.3，w(n)为白噪声。(白噪声 w 由函数 randn 产生)代码：

```
%% generate sig
A1=1;A2=2;A3=1.5;N=1024;f1=0.2;f2=0.3;
n=0:N-1;
x=A1*sin(2*pi*f1*n)+A2*cos(2*pi*f2*n)+A3*randn(1,length(n));
```

为了简化功率谱的计算代码，我设计了函数 run_pfft.m ，代码内容如下：

```
function [ f,z_abs ] = run_Pfft( s,Fs,window,isWelch,N,L )
%run_Pfft Function is used for generating a x-freq axis and y-amp Power
Spectrum using
%the given signal and sampling rate
%   For example
%   [ f,z_abs ] = run_Pfft( sin(2*pi*20*t),1/200 )
%   you can then use f and z_abs to generate the freq-amp figure
%   developed by Jingjie Li
%   jingjie.li@nyu.edu
```

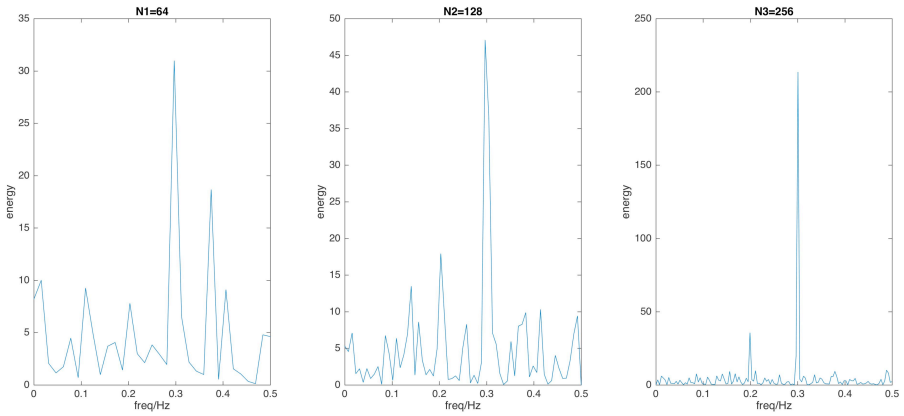
```
if nargin==2
    L = length(s);
    f = Fs*(0:(L/2))/L;
    z = fft(s);
    z_abs = (abs(z(1:L/2+1))).^2/L;
    %z_abs(2:end-1)= z_abs(2:end-1)*2;
elseif nargin ==3
    L = length(s);
    if strcmp(window,'hanning')
        eval(sprintf('w=%s(L,''periodic'');',window))
    else
        eval(sprintf('w=%s(L);',window))
    end
    U = sum(abs(w).^2)/L;
    f = Fs*(0:(L/2))/L;
    z = fft(s.*w');
    z_abs = (abs(z(1:L/2+1))).^2/(L*U);
    %z_abs(2:end-1)= z_abs(2:end-1)*2;
elseif ~isWelch
    P=0;
    K = (N - L)/L+1;
    if strcmp(window,'hanning')
        eval(sprintf('w=%s(L,''periodic'');',window))
    else
        eval(sprintf('w=%s(L);',window))
    end
    U = sum(abs(w).^2)/L;
    f = Fs*(0:(L/2))/L;
    for j = 1 : K
        si = s((j-1)*L+1:j*L);
        si_win = si'.* w;
        P = P+abs((fft(si_win,L))).^2/(K*L*U);
    end
    z=P;
    z_abs = z(1:L/2+1);
else
    P=0;
    K = (N - L)/(L/2)+1;
    if strcmp(window,'hanning')
        eval(sprintf('w=%s(L,''periodic'');',window))
    else
        eval(sprintf('w=%s(L);',window))
    end
    U = sum(abs(w).^2)/L;
```

```
    f = Fs*(0:(L/2))/L;
    for j = 1 : K
        si = s((j-1)*(L/2)+1: (j-1)*(L/2)+L);
        si_win = si'.* w;
        P = P+abs((fft(si_win,L))).^2/(K*L*U);
    end
    z=P;
    z_abs = z(1:L/2+1);
end
%z_abs=20*log10(z_abs);
end
```

如果想要计算分贝的功率谱，去掉倒数第二行的注释符号即可

1）当 x(n) 样本数分别取 N1=64，N2=128，N3=256 时，首先显示选取样本 的信号，然后用周期图直接法求功率谱密度并作图(横坐标用频率 f 表示)，对功 率谱分辨率进行分析；

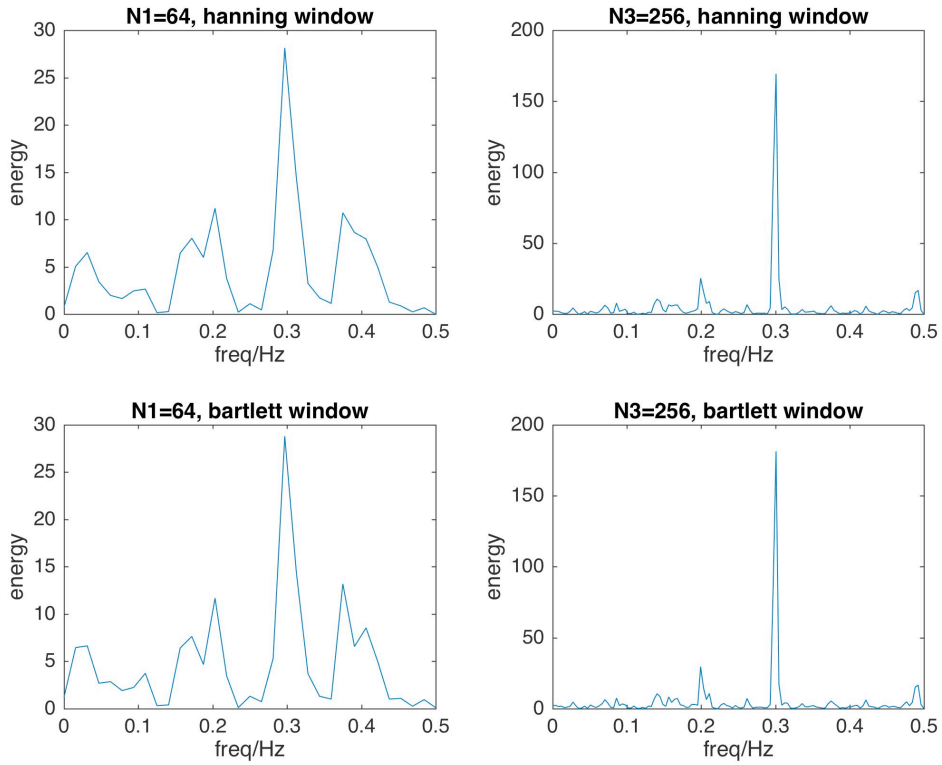
```
 %% EXP1
N1=64;N2=128;N3=256;
[ f_N1,P_N1 ] = run_Pfft( x(1:64),1 );
[ f_N2,P_N2 ] = run_Pfft( x(1:128),1 );
[ f_N3,P_N3 ] = run_Pfft( x(1:256),1 );
subplot(1,3,1)
plot(f_N1,P_N1)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('N1=64')
subplot(1,3,2)
plot(f_N2,P_N2)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('N2=128')
subplot(1,3,3)
plot(f_N3,P_N3)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('N3=256')
```



可以观察到，随着 N 的增大，功率谱频率分辨率显著提高，旁瓣也降低了很多

2) 使用修正周期图法对 1)中样本数取 N1=64 以及 N3=256 的序列进行功 率谱密度分析并作图;(至少选用两个窗函数:巴特利特 bartlett、汉明窗 hamming、布莱克曼窗 blackman、汉宁窗 hanning)。

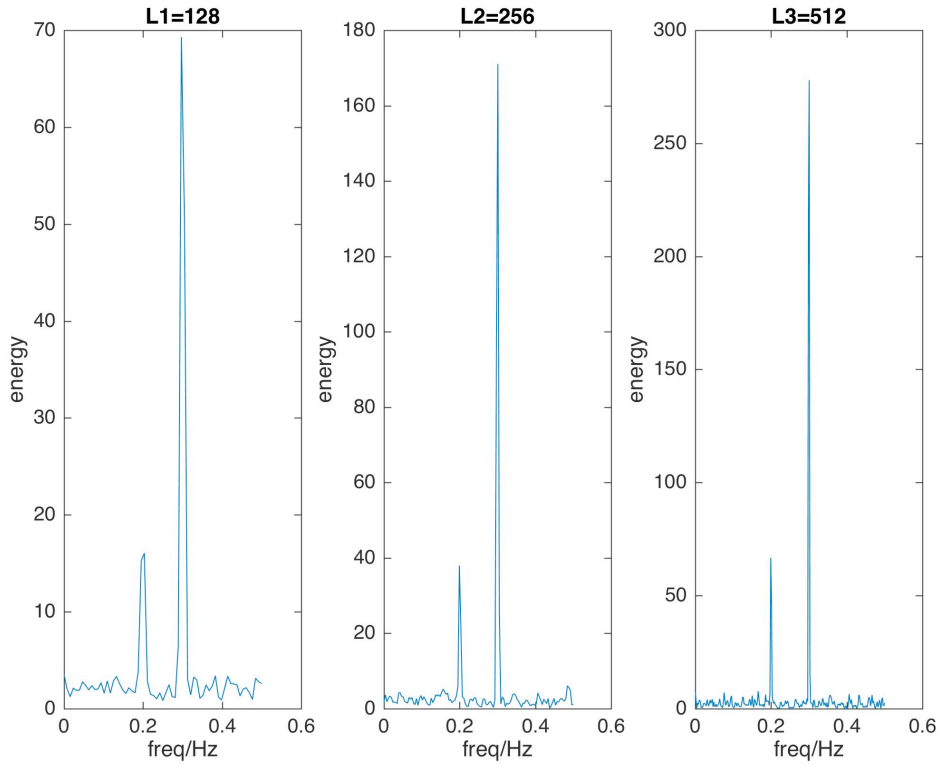
```
%% EXP2
[ f_N1,P_N1_hann ] = run_Pfft( x(1:64),1,'hanning' );
[ f_N3,P_N3_hann ] = run_Pfft( x(1:256),1,'hanning' );
[ ~,P_N1_bart ] = run_Pfft( x(1:64),1,'bartlett' );
[ ~,P_N3_bart ] = run_Pfft( x(1:256),1,'bartlett' );
subplot(2,2,1)
plot(f_N1,P_N1_hann)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('N1=64, hanning window')
subplot(2,2,2)
plot(f_N3,P_N3_hann)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('N3=256, hanning window')
subplot(2,2,3)
plot(f_N1,P_N1_bart)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('N1=64, bartlett window')
subplot(2,2,4)
plot(f_N3,P_N3_bart)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('N3=256, bartlett window')
```



如图可以看出，随着 N 的增大，功率谱频率分辨率显著提高，旁瓣也降低了很多，相比 hanning，Bartlett 窗主瓣更高，旁瓣却稍大。

3) 将信号 x(n)分成 K 段，每段长 256 时，利用 Bartlett 法求功率谱密度并 作图，当每段长为 128 和 512 时，使用同样的方法分析;

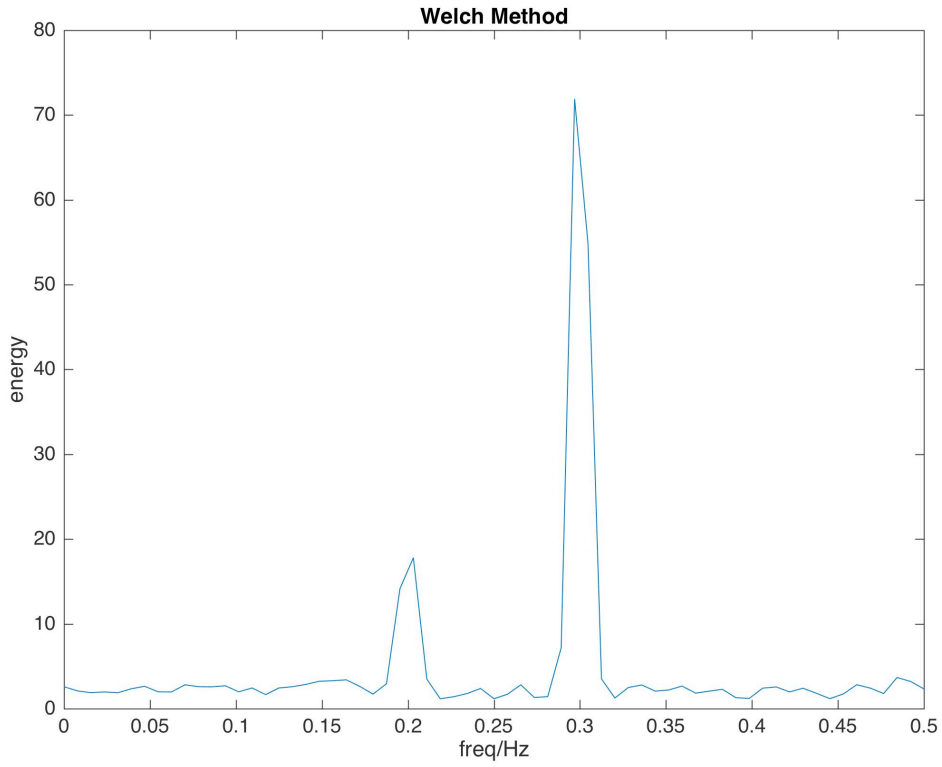
```
[ f_L1,P_L1 ] = run_Pfft( x,1,'hanning',0,1024,128 );
[ f_L2,P_L2 ] = run_Pfft( x,1,'hanning',0,1024,256 );
[ f_L3,P_L3 ] = run_Pfft( x,1,'hanning',0,1024,512 );
subplot(1,3,1)
plot(f_L1,P_L1)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('L1=128')
subplot(1,3,2)
plot(f_L2,P_L2)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('L2=256')
subplot(1,3,3)
plot(f_L3,P_L3)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('L3=512')
```



如图，随着 l 的增大，功率谱频率分辨率显著提高，旁瓣也降低了很多

4）利用 Welch 法求信号 x(n) 的功率谱密度并作图。子序列长度 L=128， 相邻子序列长度重叠率为 50%，窗函数选用 hanning。

```
[ f_w,P_w ] = run_Pfft( x,1,'hanning',1,1024,128 );
plot(f_w,P_w)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('Welch Method')
```

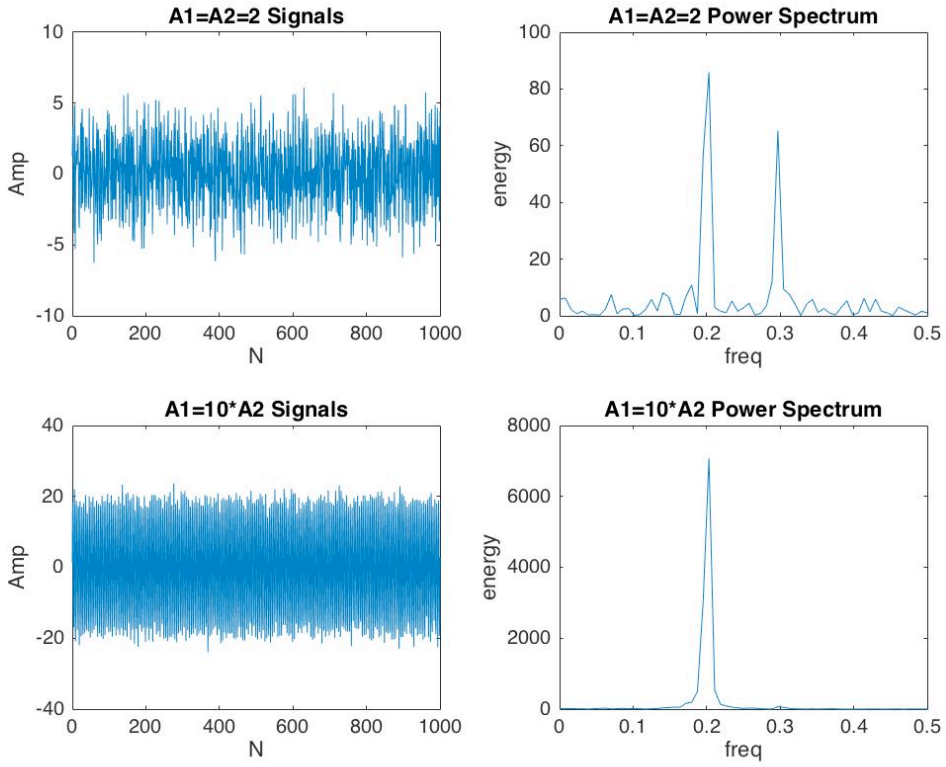


5)分析讨论

1，在 1)中当 A1 与 A2 相等时，试分析 N2=128 时的结果。当 A1=10*A2 时，结果又如何?(作图要显示信号和功率谱)

```
A1=2;A2=2;A3=1.5;N=1024;f1=0.2;f2=0.3;
n=0:N-1;
x=A1*sin(2*pi*f1*n)+A2*cos(2*pi*f2*n)+A3*randn(1,length(n));
[ f_N2,P_N2 ] = run_Pfft( x(1:128),1 );
A1=10*A2;
x2=A1*sin(2*pi*f1*n)+A2*cos(2*pi*f2*n)+A3*randn(1,length(n));
[ ~,P_N2_g ] = run_Pfft( x2(1:128),1 );
subplot(2,2,1)
plot(n,x)
xlabel('N')
ylabel('Amp')
title('A1=A2=2 Signals')
axis([0,1000,-10,10])
subplot(2,2,2)
plot(f_N2,P_N2)
xlabel('freq')
ylabel('energy')
title('A1=A2=2 Power Spectrum')
subplot(2,2,3)
plot(n,x2)
```

```
axis([0,1000,-40,40])
xlabel('N')
ylabel('Amp')
title('A1=10*A2 Signals')
subplot(2,2,4)
plot(f_N2,P_N2_g)
xlabel('freq')
ylabel('energy')
title('A1=10*A2 Power Spectrum')
```

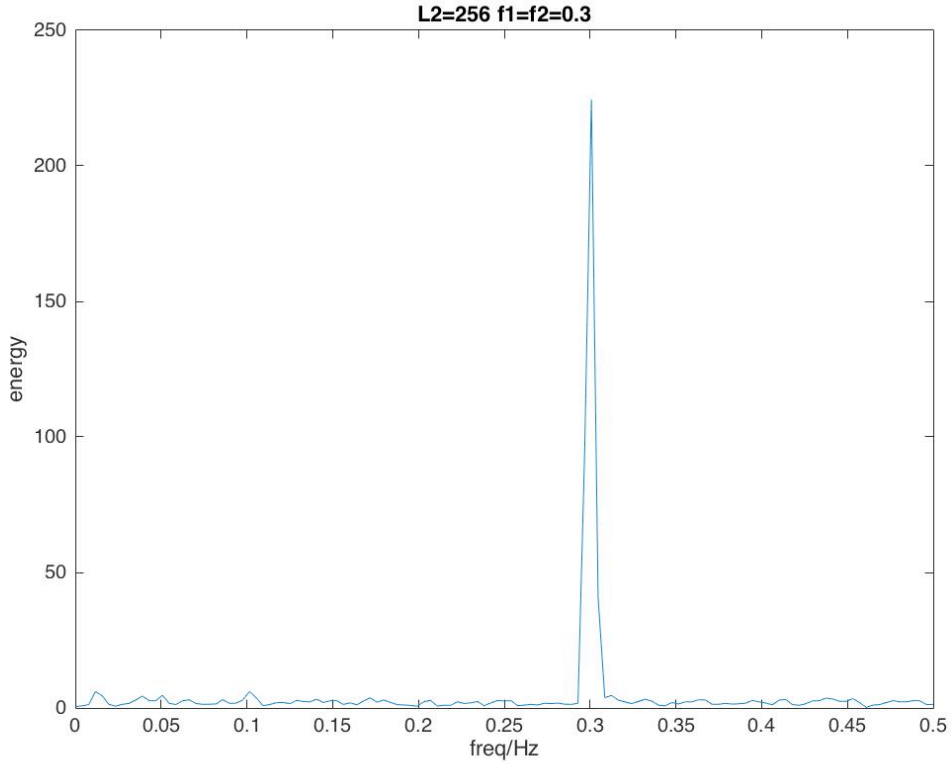


如图 a1=a2 时，由于旁瓣等因素，虽然功率谱两处频率基本高度差不多，但是 a2 稍低了一些。

10 倍的情况下，a1 过高，几乎看不到 a2

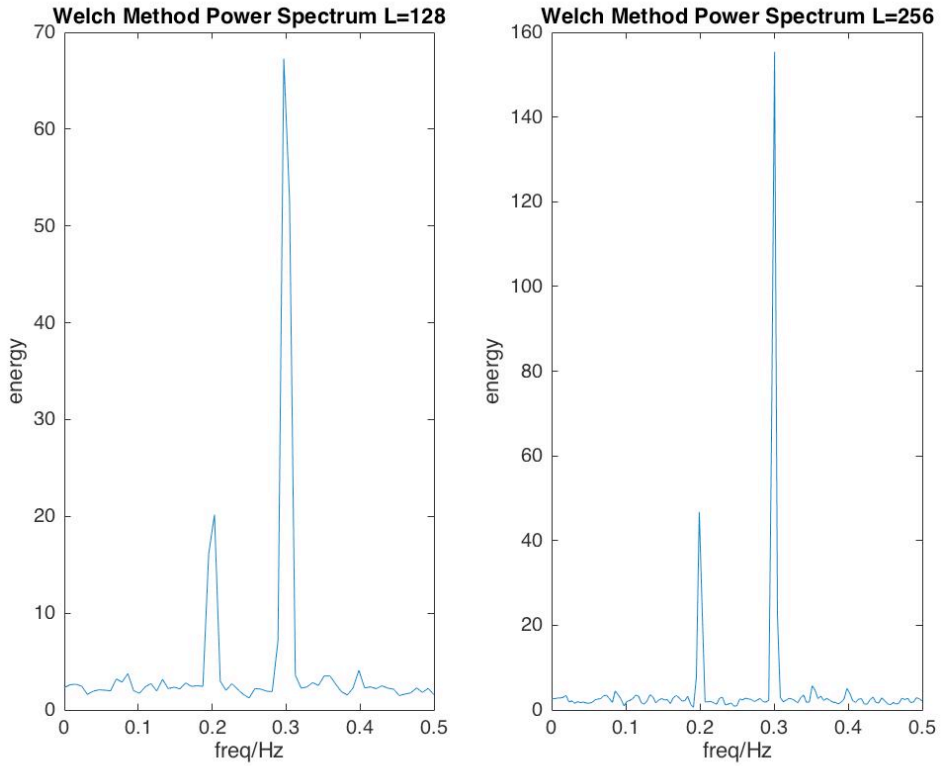
2，在 3)中当 f1=f2=0.3 时，观察其中的结果。(只分析段长为 256 的情况，作图要显示信号和功率谱)

```
A1=1;A2=2;A3=1.5;N=1024;f1=0.3;f2=0.3;
n=0:N-1;
x=A1*sin(2*pi*f1*n)+A2*cos(2*pi*f2*n)+A3*randn(1,length(n));
[ f_L2,P_L2 ] = run_Pfft( x,1,'hanning',0,1024,256 );
plot(f_L2,P_L2)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('L2=256 f1=f2=0.3')
```



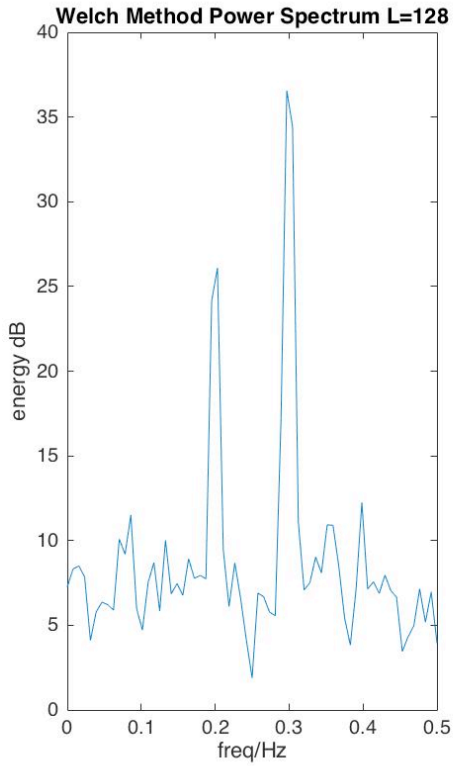
3, 如果将 5)中的子序列长度 L=256，结果又如何?分析其中的原因。另外， 使用 MATLAB 自带函数 pwelch 函数对 5)作功率谱分析并画出功率谱图形， 试分析结果有何差异。(pwelch 函数的使用见第四部分 MATLAB 函数相关介 绍)

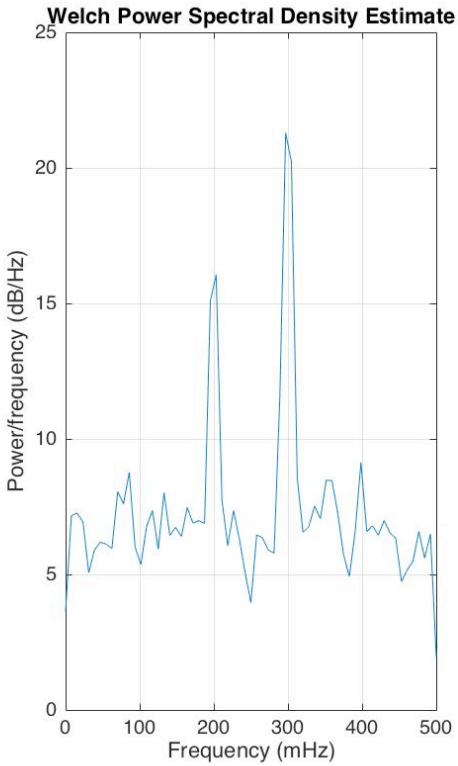
```
[ f_w,P_w ] = run_Pfft( x,1,'hanning',1,1024,128 );
[ f_w2,P_w2 ] = run_Pfft( x,1,'hanning',1,1024,256 );
subplot(1,2,1)
plot(f_w,P_w)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('Welch Method Power Spectrum L=128')
subplot(1,2,2)
plot(f_w2,P_w2)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy')
title('Welch Method Power Spectrum L=256')
```



1 更大时，旁瓣更低

```
%% using pwelch
subplot(1,2,1)
[ f_w,P_w ] = run_Pfft( x,1,'hanning',1,1024,128 );
plot(f_w,P_w)
xlabel('freq/Hz')
ylabel('energy dB')
title('Welch Method Power Spectrum L=128')
subplot(1,2,2)
pwelch(x,hanning(128,'periodic'),64,128,1)
```





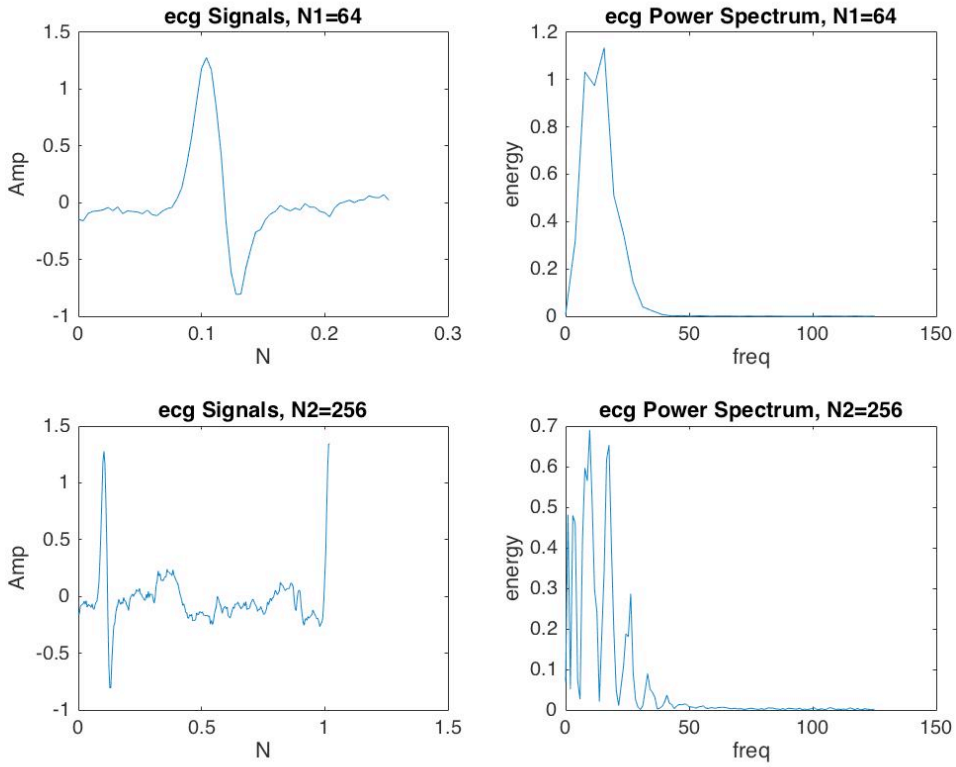
用 matlab 自带函数画出的基本与我的计算结果差不多

2. 信号为心电信号，信号采样率 fs=250Hz。使用下面不同的方法求解信号的功率谱。(心电信号数据 ecg.mat)

1)长度 N=64，256 时，首先画出原始心电信号(ecg.mat)的图形以及长 度为 N 时的信号图形，然后用周期图法求功率谱密度并作图。

```
%% ecg
x1=ecg(1:64);
x2=ecg(1:256);
fs=250;
N1=64;
N2=256;
t1=0:1/fs:N1/fs-1/fs;
t2=0:1/fs:N2/fs-1/fs;
[ f_n1,z_n1 ] = run_Pfft( x1,fs);
[ f_n2,z_n2 ] = run_Pfft( x2,fs);
subplot(2,2,1)
plot(t1,x1)
xlabel('N')
ylabel('Amp')
title('ecg Signals, N1=64')
subplot(2,2,2)
plot(f_n1,z_n1)
```

```
xlabel('freq')
ylabel('energy')
title('ecg Power Spectrum, N1=64')
subplot(2,2,3)
plot(t2,x2)
xlabel('N')
ylabel('Amp')
title('ecg Signals, N2=256')
subplot(2,2,4)
plot(f_n2,z_n2)
xlabel('freq')
ylabel('energy')
title('ecg Power Spectrum, N2=256')
```

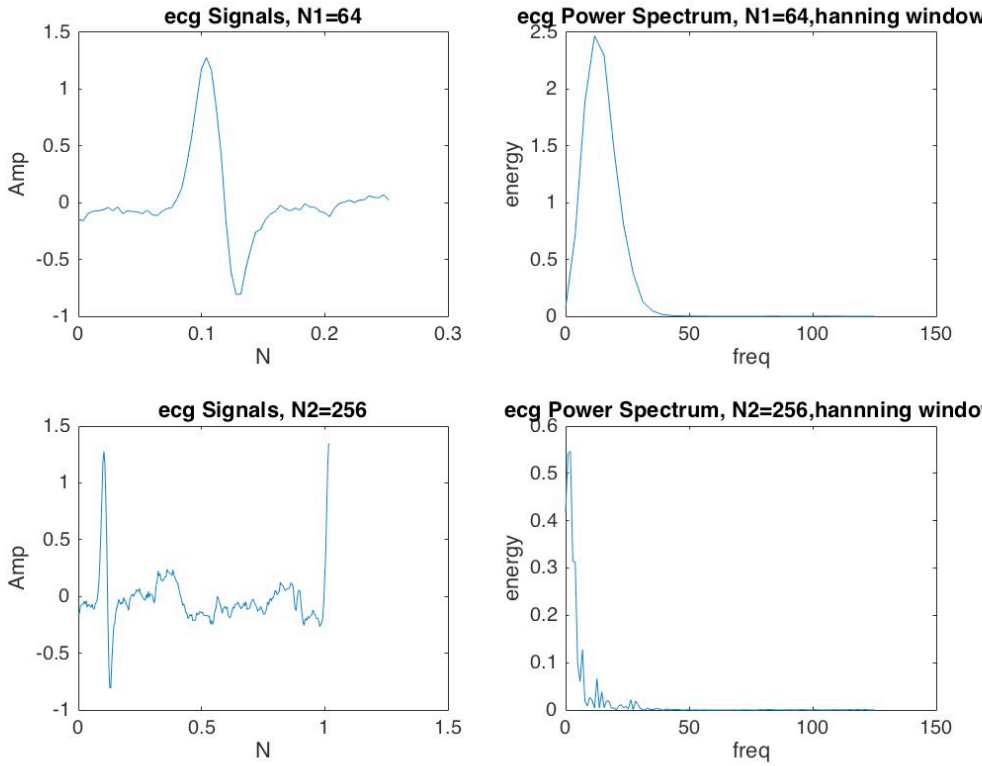


心电图可以看出，n 取更大时候，频率分辨率明显提高，可以观察到更多频率细节。

2)使用修正周期图法求解 1)中的功率谱密度并作图(选择一种窗函数：巴特利特 bartlett、汉明窗 hamming、布莱克曼窗 blackman、汉宁窗 hanning)。

```
%%
x1=ecg(1:64);
x2=ecg(1:256);
fs=250;
N1=64;
```

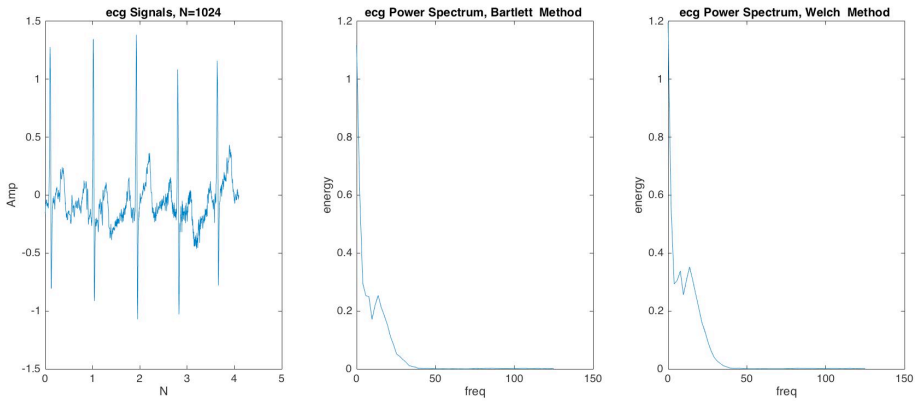
```
N2=256;
t1=0:1/fs:N1/fs-1/fs;
t2=0:1/fs:N2/fs-1/fs;
[ f_n1,z_n1 ] = run_Pfft( x1,fs,'hanning');
[ f_n2,z_n2 ] = run_Pfft( x2,fs,'hanning');
subplot(2,2,1)
plot(t1,x1)
xlabel('N')
ylabel('Amp')
title('ecg Signals, N1=64')
subplot(2,2,2)
plot(f_n1,z_n1)
xlabel('freq')
ylabel('energy')
title('ecg Power Spectrum, N1=64,hanning window')
subplot(2,2,3)
plot(t2,x2)
xlabel('N')
ylabel('Amp')
title('ecg Signals, N2=256')
subplot(2,2,4)
plot(f_n2,z_n2)
xlabel('freq')
ylabel('energy')
title('ecg Power Spectrum, N2=256,hannning window')
```



3)长度 N=1024，分别用 Bartlett 和 Welch 法求功率谱密度并作图(Bartlett 法:K=8，L=128;Welch 法:子序列长度 L=128，相邻子序列长度重叠率为 50%，窗函数选用 hanning。)， 同时画出 N=1024 心电信号图形。

```
%%
N=1024;
x=ecg(1:1024);
t=0:1/fs:N/fs-1/fs;
[ f_b,P_b ] = run_Pfft( x,fs,'hanning',0,1024,128 );
[ f_w,P_w ] = run_Pfft( x,fs,'hanning',1,1024,128 );
subplot(1,3,1)
plot(t,x)
xlabel('N')
ylabel('Amp')
title('ecg Signals, N=1024')
subplot(1,3,2)
plot(f_b,P_b)
xlabel('freq')
ylabel('energy')
title('ecg Power Spectrum, Bartlett  Method ')
subplot(1,3,3)
plot(f_w,P_w)
xlabel('freq')
ylabel('energy')
```

```
title('ecg Power Spectrum, Welch  Method ')
```



如图，welch 法造成了更精细的频率分辨能力。

三、 总结

在这次试验中，我们实践了用 MATLAB，用功率谱的经典法估计实现对随机信号的功率谱估计，观察数据长度、窗函数、平均次数等对谱估计的分辨率、稳定性、主瓣宽度 和旁瓣效应的影响。体会不同经典功率谱估计方法的优缺点，加深了对功率谱估计方法的理解。